

Paměť v ekonomických modelech

Pavel Krejčí

Matematický ústav AV ČR

BIOLOGICKÉ INSPIRACE INFORMATIKY

7. 4. 2017

Motto:

Motto:

Lidé nejsou o nic chytřejší než elementární částice, z nichž jsou složeni.

Motto:

Lidé nejsou o nic chytřejší než elementární částice, z nichž jsou složeni.

Příklady:

- Problém dopravního proudu: Řidiči na silnici se chovají jako stlačitelná tekutina.

Motto:

Lidé nejsou o nic chytřejší než elementární částice, z nichž jsou složeni.

Příklady:

- Problém dopravního proudu: Řidiči na silnici se chovají jako stlačitelná tekutina.
- Finanční trhy: Obchodníci na finančních trzích se chovají jako deformovatelné těleso.

Motto:

Lidé nejsou o nic chytřejší než elementární částice, z nichž jsou složeni.

Příklady:

- Problém dopravního proudu: Řidiči na silnici se chovají jako stlačitelná tekutina.
- Finanční trhy: Obchodníci na finančních trzích se chovají jako deformovatelné těleso.
- Centrální banky: Rozhodování o změně úrokové míry se řídí modelem pro třecí kontakt pevného tělesa s podložkou.

Motto:

Lidé nejsou o nic chytřejší než elementární částice, z nichž jsou složeni.

Příklady:

- Problém dopravního proudu: Řidiči na silnici se chovají jako stlačitelná tekutina.
- Finanční trhy: Obchodníci na finančních trzích se chovají jako deformovatelné těleso.
- Centrální banky: Rozhodování o změně úrokové míry se řídí modelem pro třecí kontakt pevného tělesa s podložkou.

Rozdíly:

Motto:

Lidé nejsou o nic chytřejší než elementární částice, z nichž jsou složeni.

Příklady:

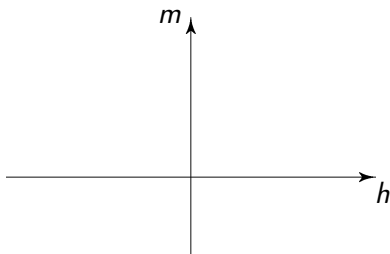
- Problém dopravního proudu: Řidiči na silnici se chovají jako stlačitelná tekutina.
- Finanční trhy: Obchodníci na finančních trzích se chovají jako deformovatelné těleso.
- Centrální banky: Rozhodování o změně úrokové míry se řídí modelem pro třecí kontakt pevného tělesa s podložkou.

Rozdíly:

Pevná tělesa si pamatují svůj tvar, tekutiny nemají paměť.

Madelungovy zákony magnetické paměti

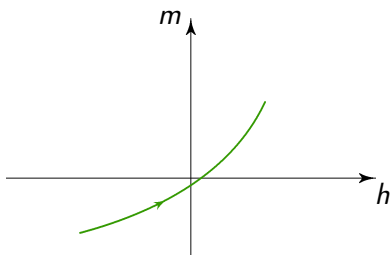
- Tvar monotónní magnetizační křivky nezávisí na rychlosti změny.
- Lokální tvar křivky vycházející z bodu obratu nezávisí na předchozí historii.
- Po druhém obratu se křivka vrací do výchozího bodu.
- Dále křivka pokračuje stejně, jako kdyby žádná odbočka nebyla.



Erwin Madelung: Über Magnetisierung durch schnell verlaufende Ströme und die Wirkungsweise des Rutherford-Marconischen Magnetdetektors. *Ann. Phys.* **17** (1905), 861–890.

Madelungovy zákony magnetické paměti

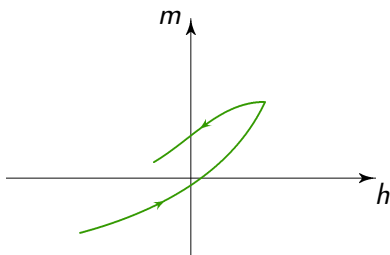
- Tvar monotónní magnetizační křivky nezávisí na rychlosti změny.
- Lokální tvar křivky vycházející z bodu obratu nezávisí na předchozí historii.
- Po druhém obratu se křivka vrací do výchozího bodu.
- Dále křivka pokračuje stejně, jako kdyby žádná odbočka nebyla.



Erwin Madelung: Über Magnetisierung durch schnell verlaufende Ströme und die Wirkungsweise des Rutherford-Marconischen Magnetdetektors. *Ann. Phys.* **17** (1905), 861–890.

Madelungovy zákony magnetické paměti

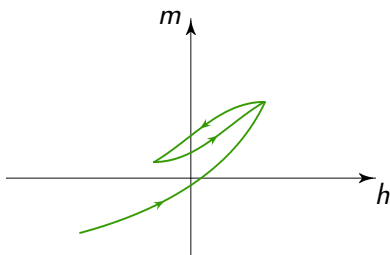
- Tvar monotónní magnetizační křivky nezávisí na rychlosti změny.
- Lokální tvar křivky vycházející z bodu obratu nezávisí na předchozí historii.
- Po druhém obratu se křivka vrací do výchozího bodu.
- Dále křivka pokračuje stejně, jako kdyby žádná odbočka nebyla.



Erwin Madelung: Über Magnetisierung durch schnell verlaufende Ströme und die Wirkungsweise des Rutherford-Marconischen Magnetdetektors. *Ann. Phys.* **17** (1905), 861–890.

Madelungovy zákony magnetické paměti

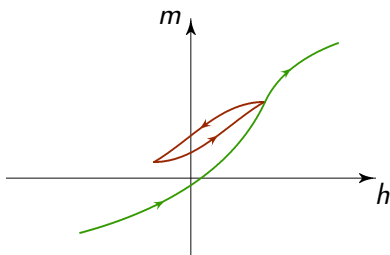
- Tvar monotónní magnetizační křivky nezávisí na rychlosti změny.
- Lokální tvar křivky vycházející z bodu obratu nezávisí na předchozí historii.
- Po druhém obratu se křivka vrací do výchozího bodu.
- Dále křivka pokračuje stejně, jako kdyby žádná odbočka nebyla.



Erwin Madelung: Über Magnetisierung durch schnell verlaufende Ströme und die Wirkungsweise des Rutherford-Marconischen Magnetdetektors. *Ann. Phys.* **17** (1905), 861–890.

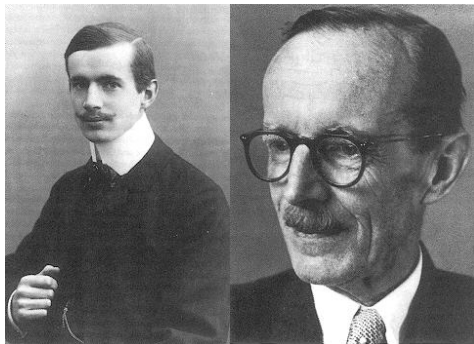
Madelungovy zákony magnetické paměti

- Tvar monotónní magnetizační křivky nezávisí na rychlosti změny.
- Lokální tvar křivky vycházející z bodu obratu nezávisí na předchozí historii.
- Po druhém obratu se křivka vrací do výchozího bodu.
- Dále křivka pokračuje stejně, jako kdyby žádná odbočka nebyla.



Erwin Madelung: Über Magnetisierung durch schnell verlaufende Ströme und die Wirkungsweise des Rutherford-Marconischen Magnetdetektors. *Ann. Phys.* **17** (1905), 861–890.

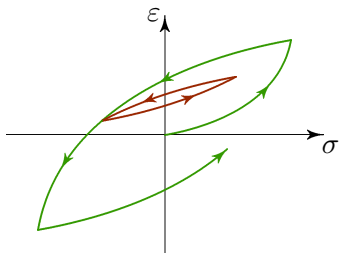
Erwin Madelung



18. 5. 1881 Bonn – 1. 8. 1972 Frankfurt a.M.

Prandtlův (Berlinerův) pružně plastický experiment

Stejnou strukturu paměti pozoroval Ludwig Prandtl při cyklickém namáhání kovových materiálů.



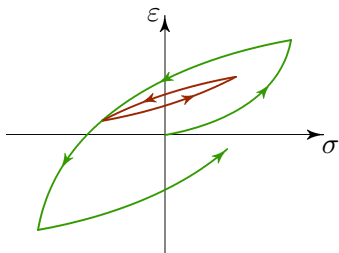
σ ... síla

ϵ ... deformace

S. Berliner: Über das Verhalten des Gußeisens bei langsamen Belastungswechseln. *Ann. Phys.* **20** (1906), 527–562.

Prandtlův (Berlinerův) pružně plastický experiment

Stejnou strukturu paměti pozoroval Ludwig Prandtl při cyklickém namáhání kovových materiálů.



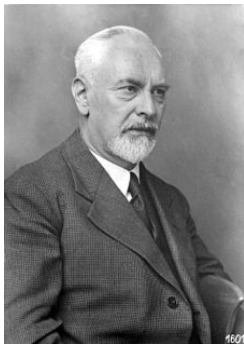
σ ... síla

ε ... deformace

S. Berliner: Über das Verhalten des Gußeisens bei langsamen Belastungswechseln. *Ann. Phys.* **20** (1906), 527–562.

L. Prandtl: Ein Gedankenmodell zur kinetischen Theorie der festen Körper. *Z. Ang. Math. Mech.* **8** (1928), 85–106.

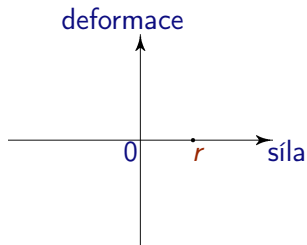
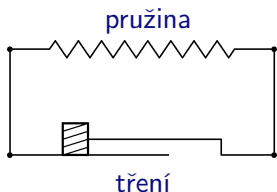
Ludwig Prandtl



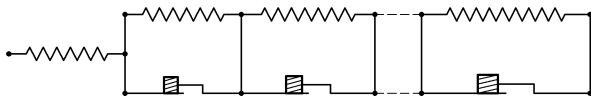
4. 2. 1875 Freising – 15. 8. 1953 Göttingen

Prandtlův model

Element paměti je znázorněn jako paralelní kombinace pružiny a tření.

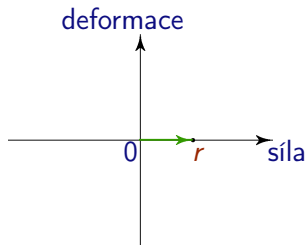
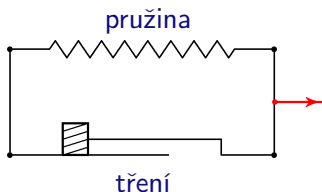


Výsledná paměť je představována jako sériová kombinace jednotlivých elementů (nazývaná též **Prandtlův-lšlinského model**) s různými hodnotami mezí kluzu a tuhosti pružin:

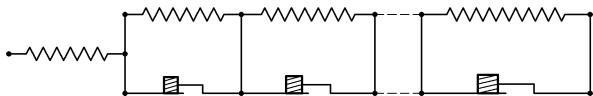


Prandtlův model

Element paměti je znázorněn jako paralelní kombinace pružiny a tření.

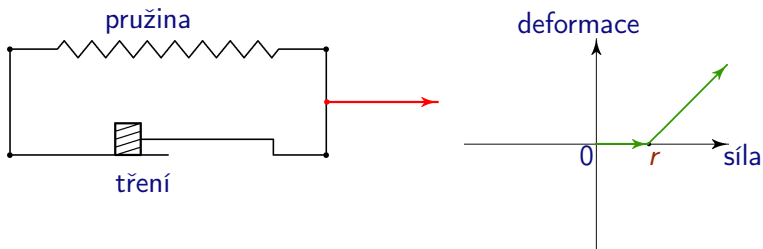


Výsledná paměť je představována jako sériová kombinace jednotlivých elementů (nazývaná též **Prandtlův-Išlinského model**) s různými hodnotami mezí kluzu a tuhosti pružin:

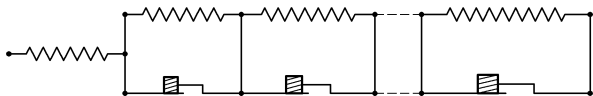


Prandtlův model

Element paměti je znázorněn jako paralelní kombinace pružiny a tření.

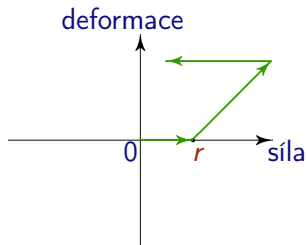
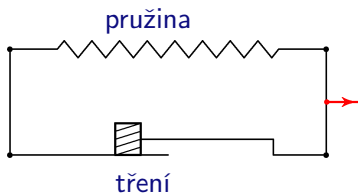


Výsledná paměť je představována jako sériová kombinace jednotlivých elementů (nazývaná též **Prandtlův-Išlinského model**) s různými hodnotami mezí kluzu a tuhosti pružin:

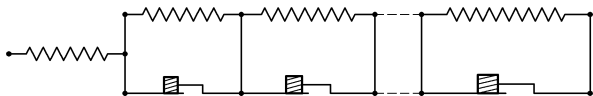


Prandtlův model

Element paměti je znázorněn jako paralelní kombinace pružiny a tření.

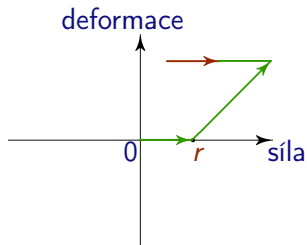
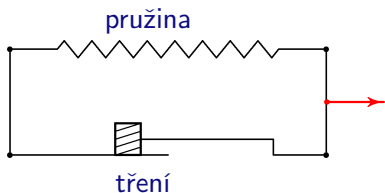


Výsledná paměť je představována jako sériová kombinace jednotlivých elementů (nazývaná též **Prandtlův-İslinského model**) s různými hodnotami mezí kluzu a tuhosti pružin:

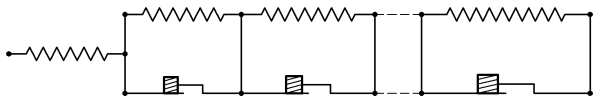


Prandtlův model

Element paměti je znázorněn jako paralelní kombinace pružiny a tření.

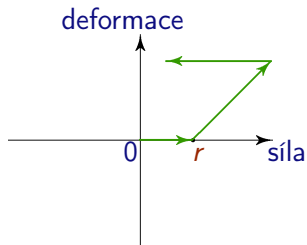
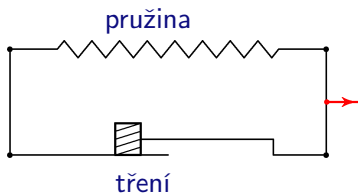


Výsledná paměť je představována jako sériová kombinace jednotlivých elementů (nazývaná též **Prandtlův-Išlinského model**) s různými hodnotami mezí kluzu a tuhosti pružin:

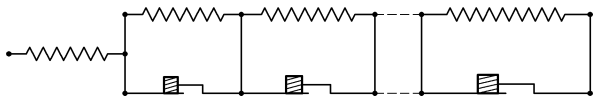


Prandtlův model

Element paměti je znázorněn jako paralelní kombinace pružiny a tření.

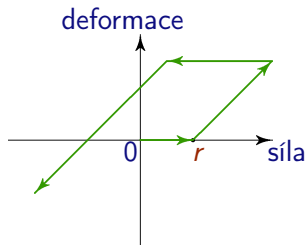
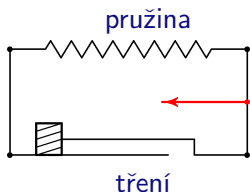


Výsledná paměť je představována jako sériová kombinace jednotlivých elementů (nazývaná též **Prandtlův-Išlinského model**) s různými hodnotami mezí kluzu a tuhosti pružin:

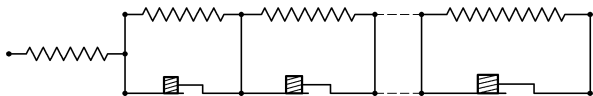


Prandtlův model

Element paměti je znázorněn jako paralelní kombinace pružiny a tření.

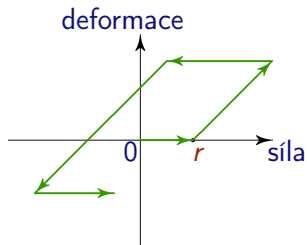
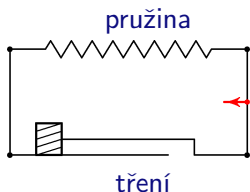


Výsledná paměť je představována jako sériová kombinace jednotlivých elementů (nazývaná též **Prandtlův-İslinského model**) s různými hodnotami mezí kluzu a tuhosti pružin:

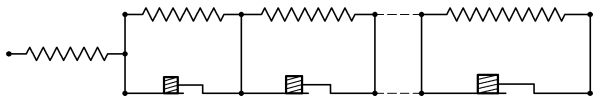


Prandtlův model

Element paměti je znázorněn jako paralelní kombinace pružiny a tření.



Výsledná paměť je představována jako sériová kombinace jednotlivých elementů (nazývaná též **Prandtlův-Išlinského model**) s různými hodnotami mezí kluzu a tuhosti pružin:



Alexander Jul'jevič Iščinskij

От кого _____

Откуда _____

Индекс места отправления



Кому: _____

Куда: _____



Индекс места назначения



Поддержка государственных знаков почтовой оплаты производится по закону

© Издательство "Марка", Ростовля, 2013. 3. 2013-241/1. Типография "Информационно-сервис-94", 30.07.2013.

24. 7. (6. 8.) 1913 Moskva – 7. 2. 2003 Moskva

Mark Alexandrovič Krasnosel'skij



27. 4. 1920 Starokonstantinov – 13. 2. 1997 Moskva

Matematický výsledek

Brokateho věta. *Každý jednorozměrný systém s pamětí splňující Madelungovy zákony lze reprezentovat prostřednictvím funkce působící na Prandtlovu-lšlinského soustavu paměťových elementů.*

Matematický výsledek

Brokateho věta. *Každý jednorozměrný systém s pamětí splňující Madelungovy zákony lze reprezentovat prostřednictvím funkce působící na Prandtlova-Išlinského soustavu paměťových elementů.*

Nemusí se nutně jednat o lineární kombinaci jako u původního Prandtlova-Išlinského modelu. Brokateho věta nedává obecný návod, jak najít pro konkrétní systém s pamětí jeho reprezentaci.

Matematický výsledek

Brokateho věta. *Každý jednorozměrný systém s pamětí splňující Madelungovy zákony lze reprezentovat prostřednictvím funkce působící na Prandtlovu-Išlinského soustavu paměťových elementů.*

Nemusí se nutně jednat o lineární kombinaci jako u původního Prandtlova-Išlinského modelu. Brokateho věta nedává obecný návod, jak najít pro konkrétní systém s pamětí jeho reprezentaci.

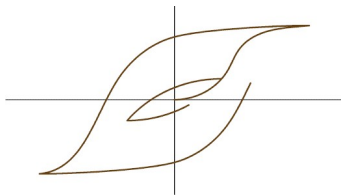
S parametrem r pracujeme jako s novou proměnnou. Je to **paměťová proměnná** a charakterizuje **hloubku paměti**.

Martin Brokate

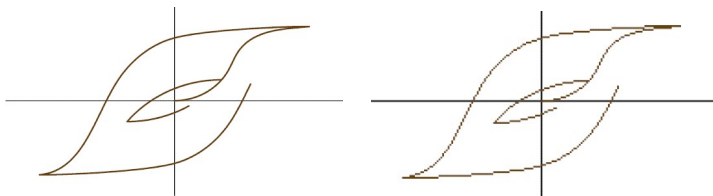


30. 1. 1953 Stuttgart –

Barkhausenův experiment

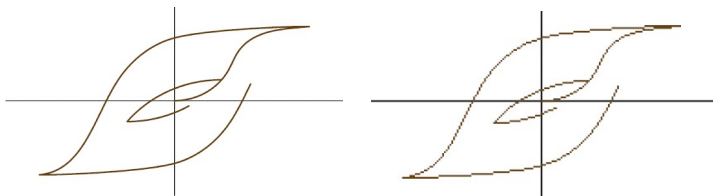


Barkhausenův experiment



Barkhausen v roce 1919 pozoroval magnetické hysterezní smyčky a všiml si, že nejsou spojitě, ale jsou poskládány z malých skoků.

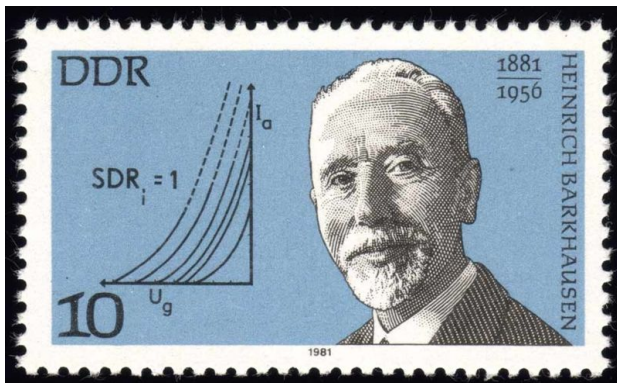
Barkhausenův experiment



Barkhausen v roce 1919 pozoroval magnetické hysterezní smyčky a všiml si, že nejsou spojité, ale jsou poskládány z malých skoků.

Nová měření ukázala, že skoky nejsou izolované, ale lavinovitě se šíří - mikromagnetická teorie.

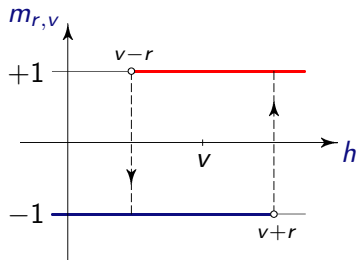
Heinrich Barkhausen



2. 12. 1881 Brémy – 20. 2. 1956 Drážďany

Preisachův model: magnetický dipól

Magnetizace dipólu $m_{r,v}$ může nabývat jen dvou hodnot: $+1$ and -1 .
Přepínání dipólu je určeno časovým průběhem intenzity magnetického pole h :



Přepíná se při hodnotách
 v ... pole interakce
se zpožděním
 r ... pole koercivity

Magnetické vlastnosti konkrétního materiálu závisí na rozložení jednotlivých dipólů $m_{r,v}$ s hustotou pravděpodobnosti $\mu(r, v)$.

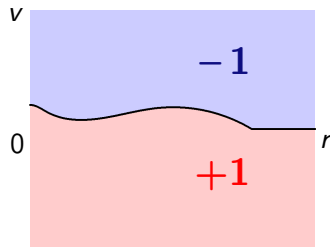
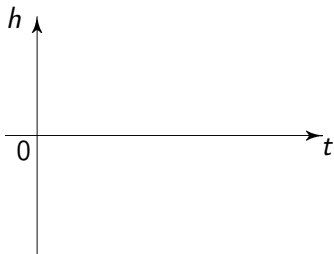
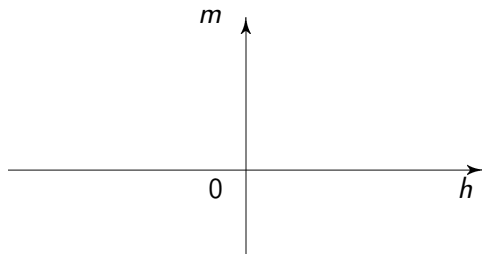
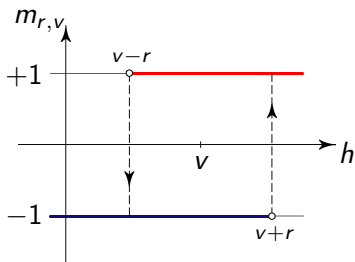
F. Preisach: Über die magnetische Nachwirkung. *Z. Phys.* **94** (1935), 277–302.

Ferenc Preisach

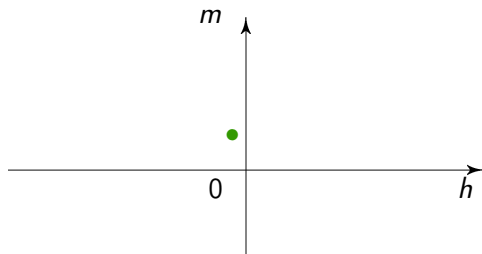
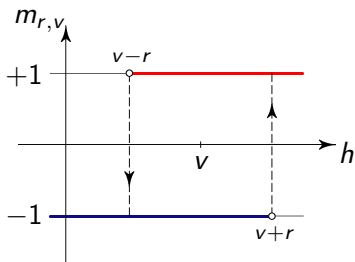


10. 3. 1905 Budapešť – 10(-14). 3. 1943 zajatecký tábor Moršansk (?)

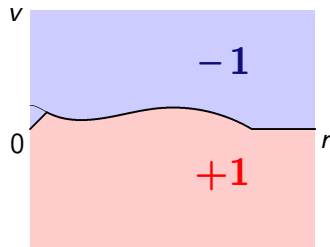
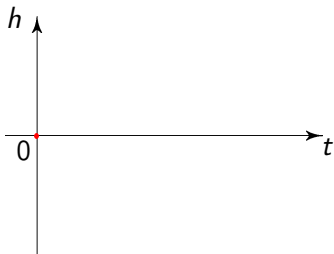
Preisachův model



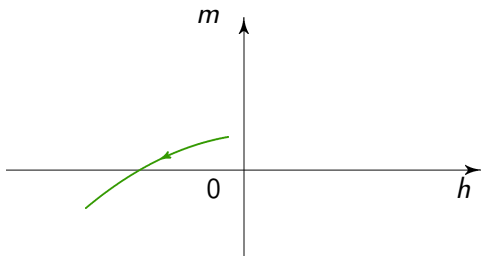
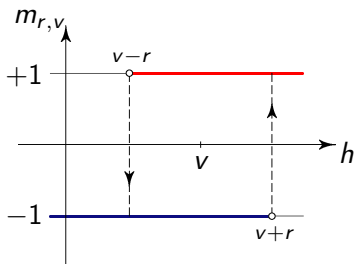
Preisachův model



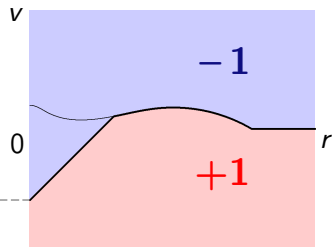
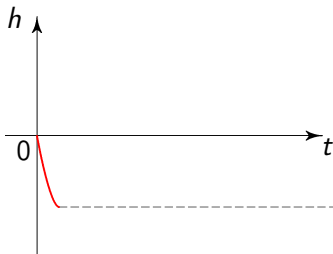
$$m(t) = m_0 \iint_{\mathbb{R}_+^2} m_{r,v}(t) d\mu(r, v)$$



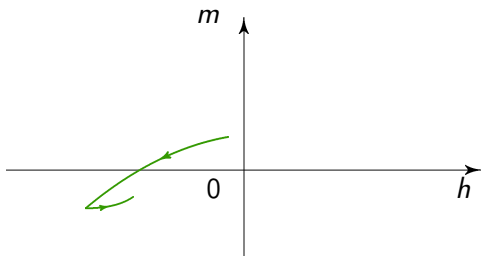
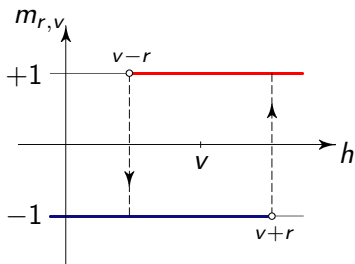
Preisachův model



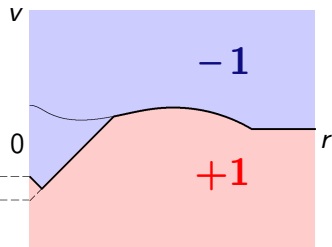
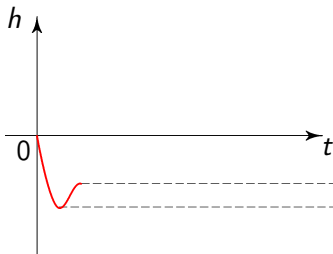
$$m(t) = m_0 \iint_{\mathbb{R}_+^2} m_{r,v}(t) d\mu(r, v)$$



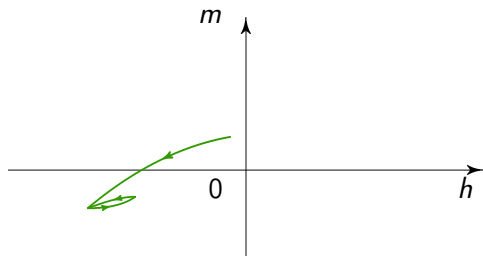
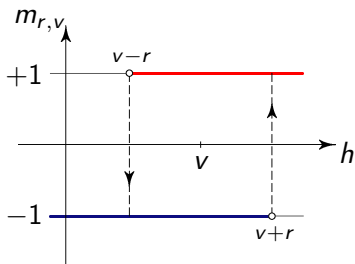
Preisachův model



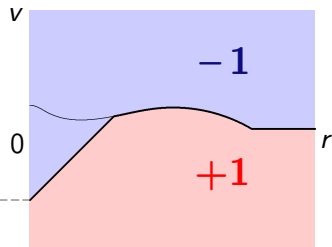
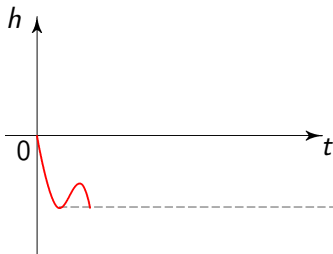
$$m(t) = m_0 \iint_{\mathbb{R}_+^2} m_{r,v}(t) d\mu(r, v)$$



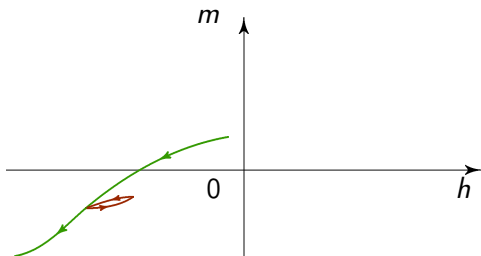
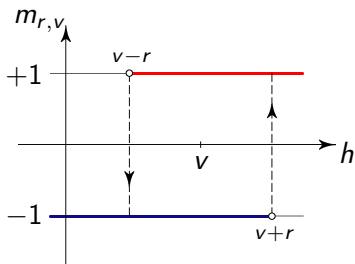
Preisachův model



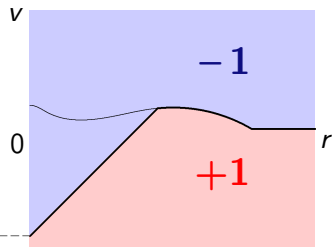
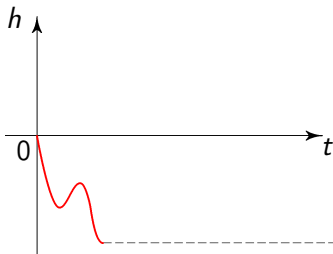
$$m(t) = m_0 \iint_{\mathbb{R}_+^2} m_{r,v}(t) d\mu(r, v)$$



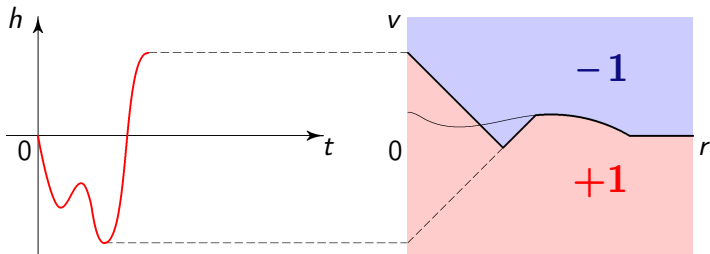
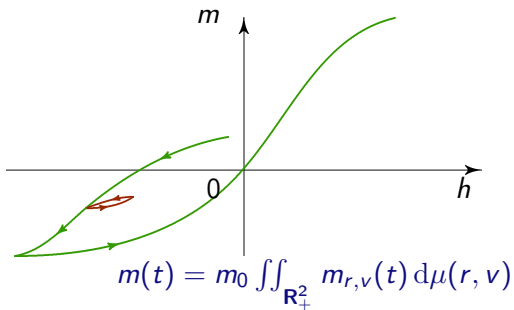
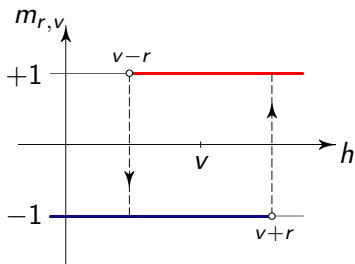
Preisachův model



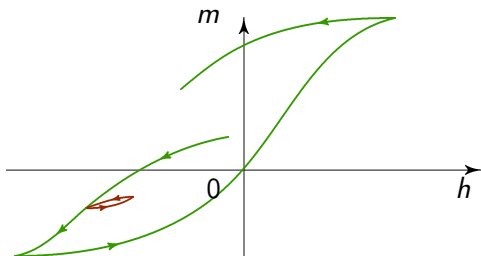
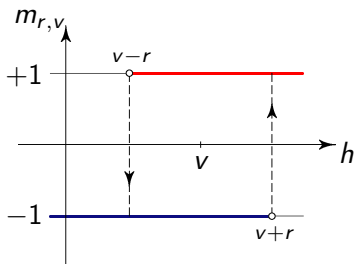
$$m(t) = m_0 \iint_{\mathbb{R}_+^2} m_{r,v}(t) d\mu(r, v)$$



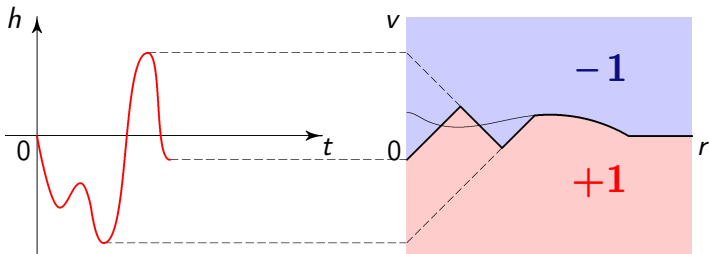
Preisachův model



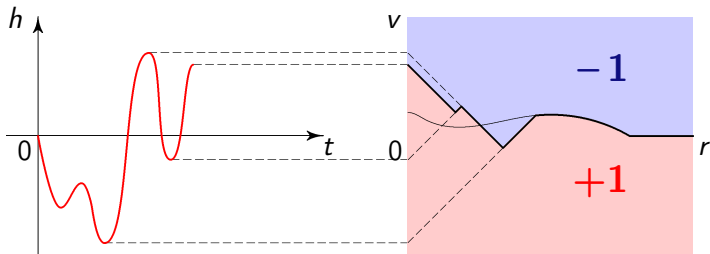
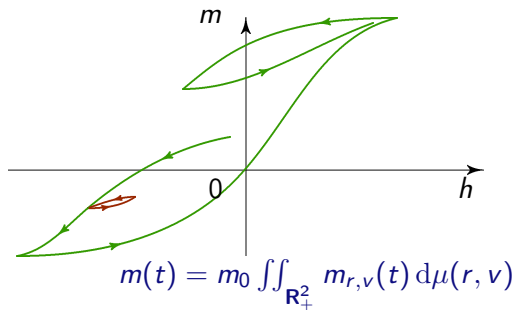
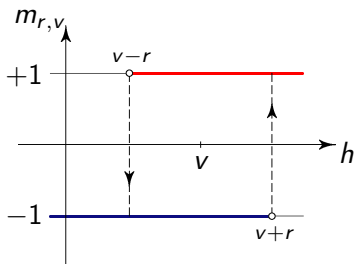
Preisachův model



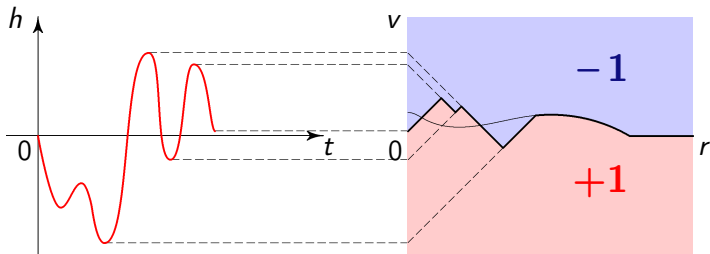
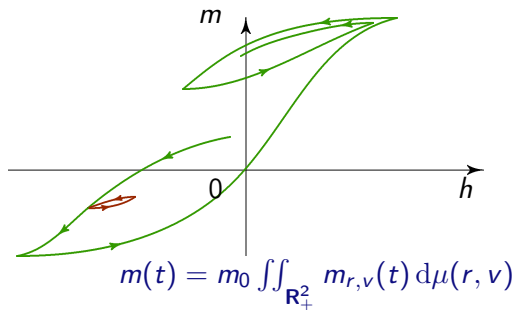
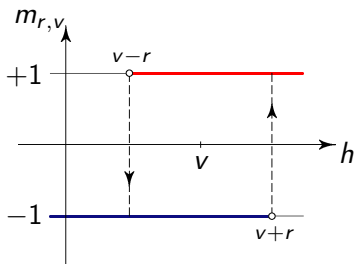
$$m(t) = m_0 \iint_{\mathbb{R}_+^2} m_{r,v}(t) d\mu(r, v)$$



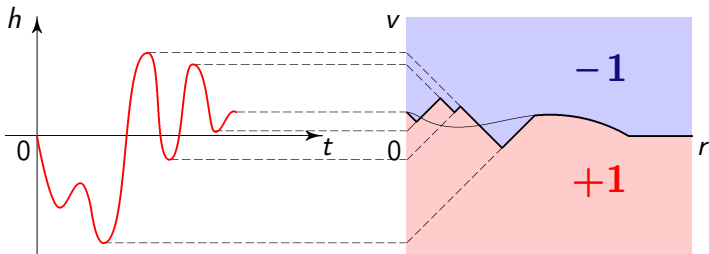
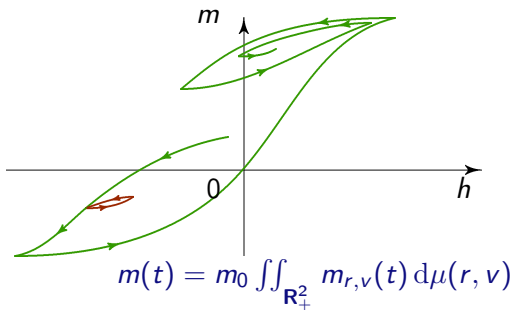
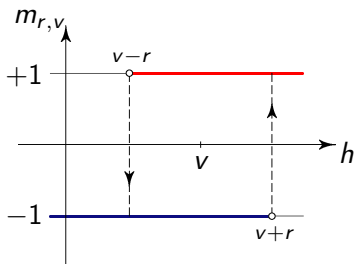
Preisachův model



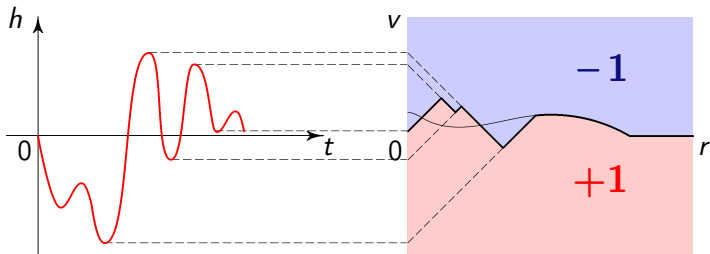
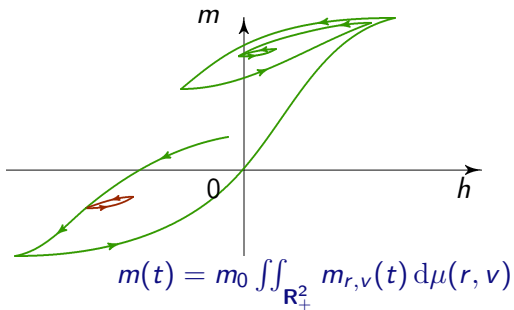
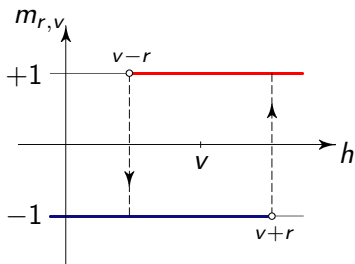
Preisachův model



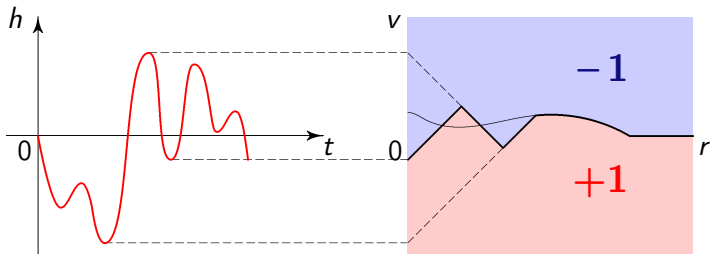
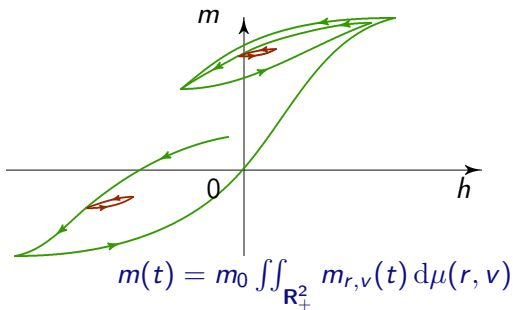
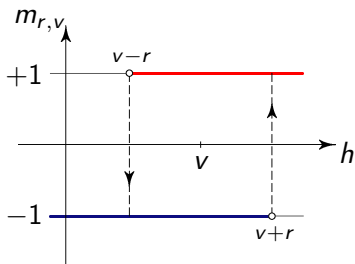
Preisachův model



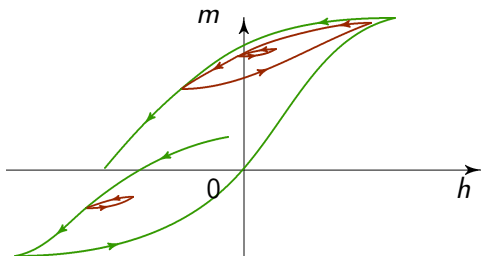
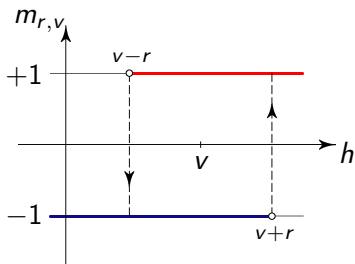
Preisachův model



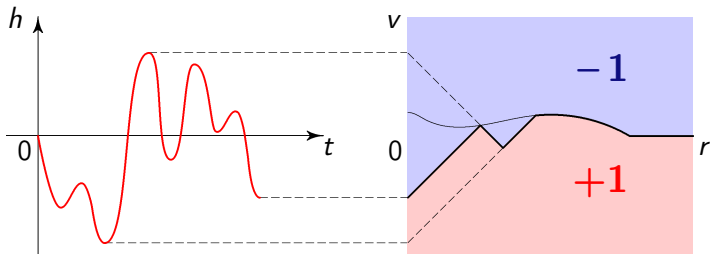
Preisachův model



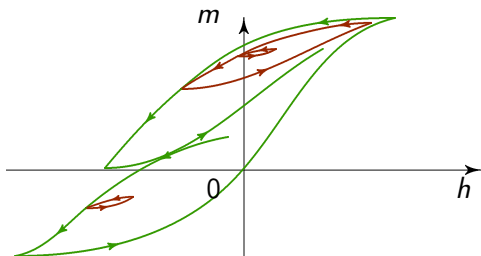
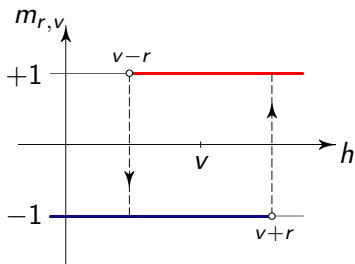
Preisach model



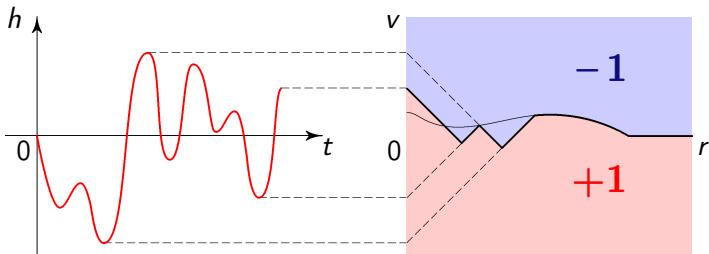
$$m(t) = m_0 \iint_{\mathbb{R}_+^2} m_{r,v}(t) d\mu(r, v)$$



Preisach model



$$m(t) = m_0 \iint_{\mathbb{R}_+^2} m_{r,v}(t) d\mu(r, v)$$



Vztah mezi Preisachovým a Prandtlovým-Išlinského modelem

Věta. *Poloha pohyblivého rozhraní mezi oblastmi dipólů s hodnotami -1 a $+1$ v Preisachově modelu je určena rozložením Prandtlových paměťových elementů při budící síle o stejném průběhu.*

Vztah mezi Preisachovým a Prandtlovým-Išlinského modelem

Věta. *Poloha pohyblivého rozhraní mezi oblastmi dipólů s hodnotami -1 a $+1$ v Preisachově modelu je určena rozložením Prandtlových paměťových elementů při budící síle o stejném průběhu.*

To je zvláštní případ Brokateho věty, kdy reprezentující funkci lze zapsat pomocí integrálu.

Vztah mezi Preisachovým a Prandtlovým-Išlinského modelem

Věta. *Poloha pohyblivého rozhraní mezi oblastmi dipólů s hodnotami -1 a $+1$ v Preisachově modelu je určena rozložením Prandtlových paměťových elementů při budící síle o stejném průběhu.*

To je zvláštní případ Brokateho věty, kdy reprezentující funkci lze zapsat pomocí integrálu.

Každý z Prandtlových paměťových elementů lze matematicky definovat jako řešení jisté **variační nerovnice**.

Vztah mezi Preisachovým a Prandtlovým-Išlinského modelem

Věta. *Poloha pohyblivého rozhraní mezi oblastmi dipólů s hodnotami -1 a $+1$ v Preisachově modelu je určena rozložením Prandtlových paměťových elementů při budící síle o stejném průběhu.*

To je zvláštní případ Brokateho věty, kdy reprezentující funkci lze zapsat pomocí integrálu.

Každý z Prandtlových paměťových elementů lze matematicky definovat jako řešení jisté **variační nerovnice**.

Popis časového průběhu Preisachova modelu magnetické hystereze lze tedy převést na matematickou úlohu řešení soustav variačních nerovnic.

Finanční trhy

Finanční trhy

Uvažujme obchodování v časovém intervalu $t \in [0, T]$ s určitou komoditou, základní cena za jednotku (závisející např. na měnících se výrobních nákladech, dopravě, politické situaci atd.) v čase t v referenční měně necht' je označena $p(t) > 0$. Tržní cena pak je dána vzorcem

$$q(t) = \varrho^\kappa(t)p(t),$$

kde $\varrho(t) > 0$ je koeficient vyjadřující *náladu na trhu* v čase t a $\kappa > 0$ je empirický exponent.

Finanční trhy

Uvažujme obchodování v časovém intervalu $t \in [0, T]$ s určitou komoditou, základní cena za jednotku (závisející např. na měnících se výrobních nákladech, dopravě, politické situaci atd.) v čase t v referenční měně necht' je označena $p(t) > 0$. Tržní cena pak je dána vzorcem

$$q(t) = \varrho^\kappa(t)p(t),$$

kde $\varrho(t) > 0$ je koeficient vyjadřující *náladu na trhu* v čase t a $\kappa > 0$ je empirický exponent.

Označme A množinu *obchodníků*, kteří nakupují a prodávají příslušný produkt. Obchodníky rozdělíme do tříd $A_r \subset A$ podle jejich *obchodní strategie*, kterou charakterizujeme číslem $0 < r < 1$ vyjadřujícím jejich *míru připravenosti riskovat*.

Rod Cross



27. 3. 1951 Glasgow –

Alexej Vadimovič Pokrovskij



2. 6. 1948 Voroněž – 1. 9. 2010 Cork

Obchodní strategie

Obchodníci nereagují okamžitě na malé cenové fluktuace. Každý z nich má jiný přístup k hodnocení rizika a **tendencí trhu**.

Obchodní strategie

Obchodníci nereagují okamžitě na malé cenové fluktuace. Každý z nich má jiný přístup k hodnocení rizika a **tendencí trhu**.

Řekneme, že obchodník $\alpha \in A$ patří do třídy A_r , pokud jeho obchodní strategie je následující:

- (a) Když α koupí produkt v čase t_0 za cenu $q(t_0)$, podrží jej až do doby, než relativní pokles ceny vzhledem k maximu v časech $t > t_0$ dosáhne hodnoty r . Okamžik prodeje t_1 je tedy definován vztahem

$$t_1 = \min \left\{ t > t_0 : \frac{q(t)}{\max\{q(\tau) : t_0 \leq \tau \leq t\}} \leq 1 - r \right\}.$$

Obchodní strategie

Obchodníci nereagují okamžitě na malé cenové fluktuace. Každý z nich má jiný přístup k hodnocení rizika a **tendencí trhu**.

Řekneme, že obchodník $\alpha \in A$ patří do třídy A_r , pokud jeho obchodní strategie je následující:

- (a) Když α koupí produkt v čase t_0 za cenu $q(t_0)$, podrží jej až do doby, než relativní pokles ceny vzhledem k maximu v časech $t > t_0$ dosáhne hodnoty r . Okamžik prodeje t_1 je tedy definován vztahem

$$t_1 = \min \left\{ t > t_0 : \frac{q(t)}{\max\{q(\tau) : t_0 \leq \tau \leq t\}} \leq 1 - r \right\}.$$

- (b) Když α prodá produkt v čase t_1 za cenu $q(t_1)$, koupí jej zpět teprve tehdy, až relativní přírůstek ceny vzhledem k minimu v časech $t > t_1$ dosáhne hodnoty r . Okamžik nákupu t_2 je tedy definován vztahem

$$t_2 = \min \left\{ t > t_1 : \frac{q(t)}{\min\{q(\tau) : t_1 \leq \tau \leq t\}} \geq 1 + r \right\}.$$

Logaritmické ceny

Zvolíme nějakou referenční měnovou jednotku \bar{p} a definujeme *log-ceny* $v(t) = \log(p(t)/\bar{p})$, $w(t) = \log(q(t)/\bar{p})$ a *logaritmickou náladu trhu* $\sigma(t) = \log \varrho(t)$, které tudíž splňují vztah

$$w(t) = \kappa\sigma(t) + v(t).$$

Logaritmické ceny

Zvolíme nějakou referenční měnovou jednotku \bar{p} a definujeme *log-ceny* $v(t) = \log(p(t)/\bar{p})$, $w(t) = \log(q(t)/\bar{p})$ a *logaritmickou náladu trhu* $\sigma(t) = \log \varrho(t)$, které tudíž splňují vztah

$$w(t) = \kappa \sigma(t) + v(t).$$

Obchodní strategie obchodníků z A_r v log-cenách se dá popsat takto:

Logaritmické ceny

Zvolíme nějakou referenční měnovou jednotku \bar{p} a definujeme *log-ceny* $v(t) = \log(p(t)/\bar{p})$, $w(t) = \log(q(t)/\bar{p})$ a *logaritmickou náladu trhu* $\sigma(t) = \log \varrho(t)$, které tudíž splňují vztah

$$w(t) = \kappa \sigma(t) + v(t).$$

Obchodní strategie obchodníků z A_r v log-cenách se dá popsat takto:

(a') Když α koupí produkt v čase t_0 za log-cenu $w(t_0)$, příští čas prodeje t_1 se určí jako nejmenší čas $t > t_0$ takový, že

$$w(t) - \max\{w(\tau) : t_0 \leq \tau \leq t\} \leq \log(1 - r) \approx -r.$$

Logaritmické ceny

Zvolíme nějakou referenční měnovou jednotku \bar{p} a definujeme *log-ceny* $v(t) = \log(p(t)/\bar{p})$, $w(t) = \log(q(t)/\bar{p})$ a *logaritmickou náladu trhu* $\sigma(t) = \log \varrho(t)$, které tudíž splňují vztah

$$w(t) = \kappa \sigma(t) + v(t).$$

Obchodní strategie obchodníků z A_r v log-cenách se dá popsat takto:

- (a') Když α koupí produkt v čase t_0 za log-cenu $w(t_0)$, příští čas prodeje t_1 se určí jako nejmenší čas $t > t_0$ takový, že

$$w(t) - \max\{w(\tau) : t_0 \leq \tau \leq t\} \leq \log(1 - r) \approx -r.$$

- (b') Když α prodá produkt v čase t_1 za log-cenu $w(t_1)$, příští čas nákupu t_2 je dán jako nejmenší čas $t > t_1$ takový, že

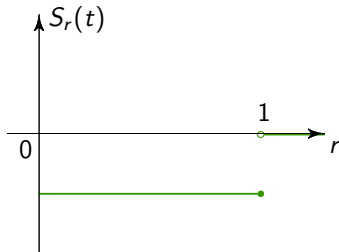
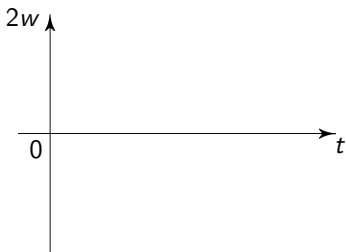
$$w(t) - \min\{w(\tau) : t_1 \leq \tau \leq t\} \geq \log(1 + r) \approx r.$$

Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

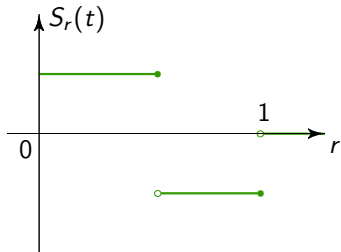
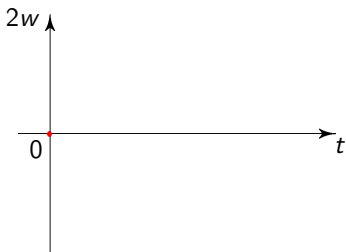


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

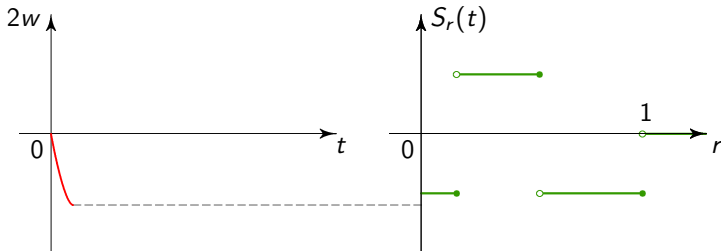


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

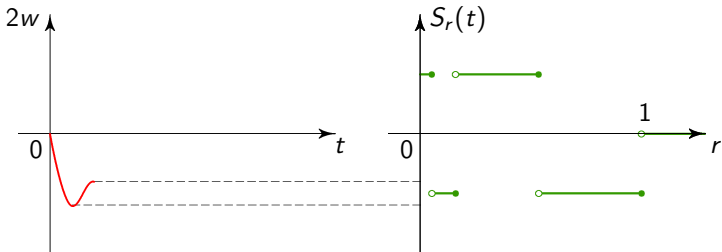


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

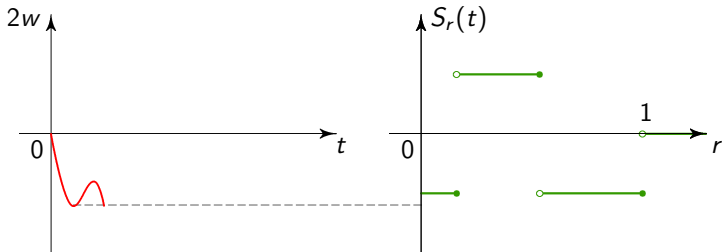


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

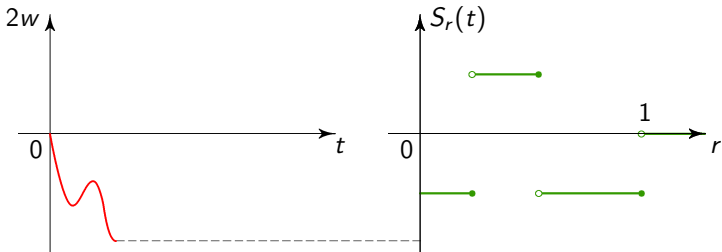


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

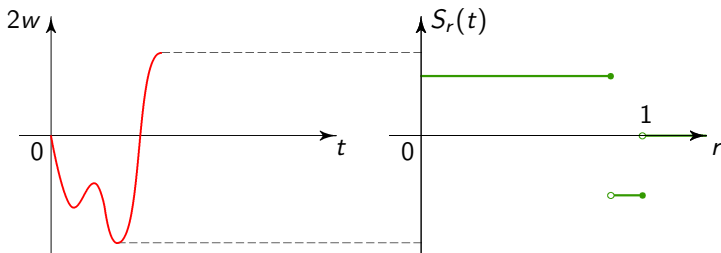


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

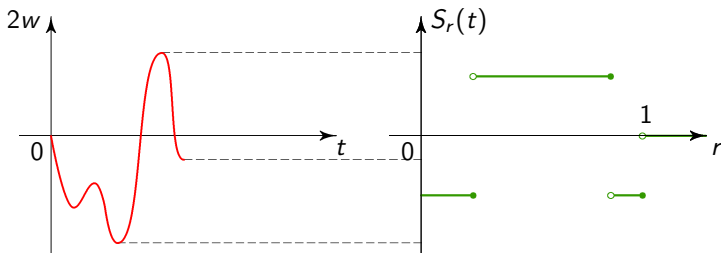


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

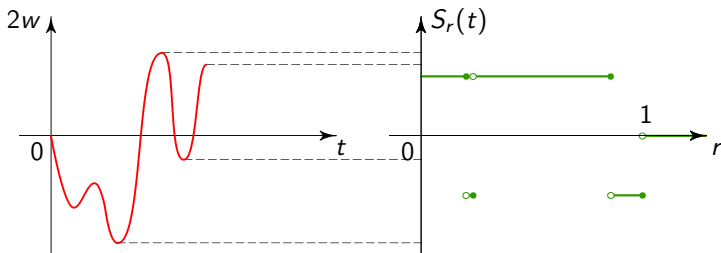


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

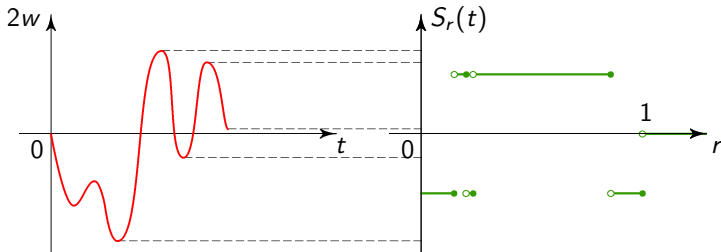


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

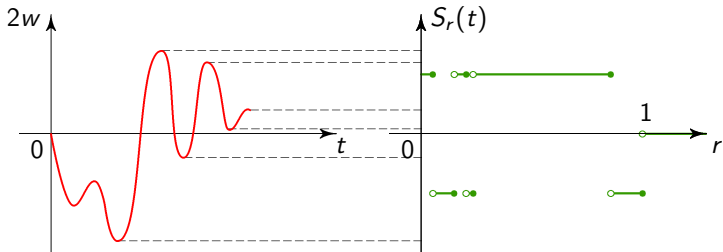


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

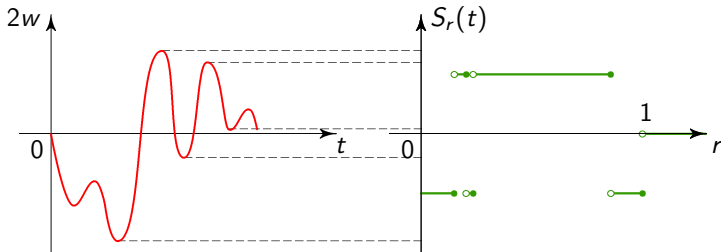


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

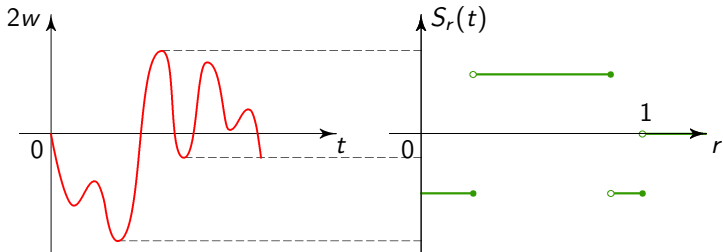


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.

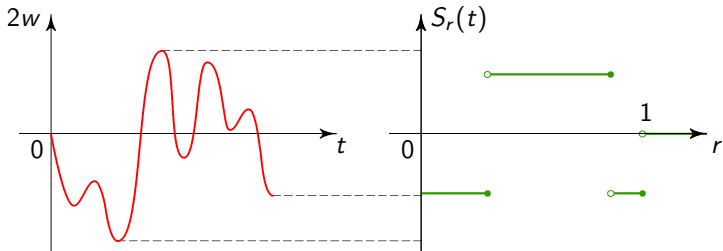


Funkce vlastnictví

Všichni obchodníci z A_r mají stejnou strategii. Tudíž všichni současně buď příslušný produkt vlastní nebo nevlastní. Stav vlastnictví produktu popíšeme funkcí $S_r(t)$, která může nabývat pouze hodnot 1 (obchodníci z A_r v čase t produkt vlastní) nebo -1 (nevlastní).

Referenční měnovou jednotku \bar{p} zvolíme tak, aby $+\frac{1}{2}$ byla maximální možná a $-\frac{1}{2}$ minimální možná log-cena pro finanční transakce. Log-ceny se tedy pohybují v intervalu $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Obchodníci z tříd A_r pro $r > 1$ se proto žádné transakce nezúčastní.

Počáteční podmínku zvolíme tak, jako by všichni obchodníci třídy A_r prodali své akcie v nějakém čase $t < 0$ za log-cenu $-\frac{1}{2}$, neboli $S_r(0) = -1$ pro $r \leq 1$.



Nálada na trhu

Nálada na trhu

Uvažujme nejdřív zjednodušený model, v němž všichni obchodníci mají stejnou logaritmickou tržní náladu $\sigma(t)$, která se řídí jen podle relativní „tržní síly“ tříd A_r .

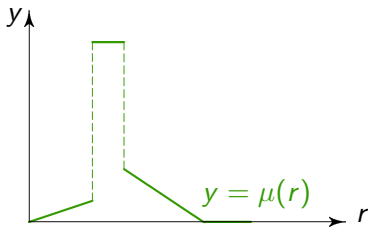
Nálada na trhu

Uvažujme nejdřív zjednodušený model, v němž všichni obchodníci mají stejnou logaritmickou tržní náladu $\sigma(t)$, která se řídí jen podle relativní „tržní síly“ tříd A_r .

Jinak řečeno: předpokládáme, že existuje funkce $\mu(r)$ vyjadřující *relativní váhu názoru* obchodníků z A_r , a taková, že

$$\sigma(t) = \int_0^1 \mu(r) S_r(t) dr.$$

Graf funkce μ má typicky zvonovitý tvar, $\mu(0) = \mu(1) = 0$.



Vztah modelu finančního trhu k Preisachovu a Prandtlovu-Išlinského modelu

Věta. *Funkce vlastnictví $S_r(t)$ je rovna derivaci podle paměťové proměnné r Prandtlovy paměťové funkce, která popisuje pohyb rozhraní v Preisachově modelu.*

Vztah modelu finančního trhu k Preisachovu a Prandtlovu-Išlinského modelu

Věta. *Funkce vlastnictví $S_r(t)$ je rovna derivaci podle paměťové proměnné r Prandtlovy paměťové funkce, která popisuje pohyb rozhraní v Preisachově modelu.*

Zobrazení F , které log-ceně $w(t)$ přiřazuje tržní náladu $\sigma(t)$ podle vzorce

$$\sigma(t) = F(w)(t)$$

proto patří do třídy **Prandtlových-Išlinského operátorů** a tržní log-cenu $w(t)$ při dané historii vstupní log-ceny $v(t)$ určíme jako řešení rovnice

$$w(t) = \kappa F(w)(t) + v(t).$$

Vztah modelu finančního trhu k Preisachovu a Prandtlovu-Išlinského modelu

Věta. Funkce vlastnictví $S_r(t)$ je rovna derivaci podle paměťové proměnné r Prandtlovy paměťové funkce, která popisuje pohyb rozhraní v Preisachově modelu.

Zobrazení F , které log-ceně $w(t)$ přiřazuje tržní náladu $\sigma(t)$ podle vzorce

$$\sigma(t) = F(w)(t)$$

proto patří do třídy **Prandtlových-Išlinského operátorů** a tržní log-cenu $w(t)$ při dané historii vstupní log-ceny $v(t)$ určíme jako řešení rovnice

$$w(t) = \kappa F(w)(t) + v(t).$$

Tato rovnice je jednoznačně řešitelná pro každý průběh vstupní log-ceny $v(t)$, právě když

$$\kappa\mu(r) < 1 \quad \text{pro všechna } r > 0.$$

Jak vznikají singularity na trhu?

Jak vznikají singularity na trhu?

Sklon každé ze soustavy křivek $w - \kappa F(w)$ je $1 - \kappa\mu(r)$. Jestliže podmínka

$$\kappa\mu(r) < 1 \quad \text{pro všechna } r > 0$$

není splněna, není tržní log-cena $w(t)$ jednoznačně určena průběhem vstupní log-ceny $v(t)$ a mohou se objevovat **finanční bubliny!**

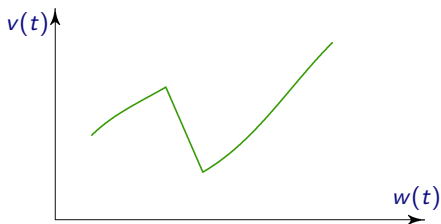
Jak vznikají singularity na trhu?

Sklon každé ze soustavy křivek $w - \kappa F(w)$ je $1 - \kappa\mu(r)$. Jestliže podmínka

$$\kappa\mu(r) < 1 \quad \text{pro všechna } r > 0$$

není splněna, není tržní log-cena $w(t)$ jednoznačně určena průběhem vstupní log-ceny $v(t)$ a mohou se objevovat **finanční bubliny!**

Představme si situaci, kdy vstupní log-cena $v(t)$ roste,



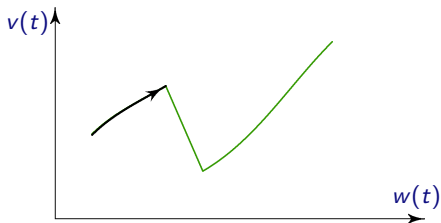
Jak vznikají singularity na trhu?

Sklon každé ze soustavy křivek $w - \kappa F(w)$ je $1 - \kappa\mu(r)$. Jestliže podmínka

$$\kappa\mu(r) < 1 \quad \text{pro všechna } r > 0$$

není splněna, není tržní log-cena $w(t)$ jednoznačně určena průběhem vstupní log-ceny $v(t)$ a mohou se objevovat **finanční bubliny!**

Představme si situaci, kdy vstupní log-cena $v(t)$ roste,



Zelenou barvou je označena stoupající větev operátoru $w - \kappa F(w)$.

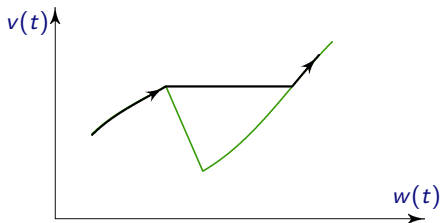
Jak vznikají singularity na trhu?

Sklon každé ze soustavy křivek $w - \kappa F(w)$ je $1 - \kappa\mu(r)$. Jestliže podmínka

$$\kappa\mu(r) < 1 \quad \text{pro všechna } r > 0$$

není splněna, není tržní log-cena $w(t)$ jednoznačně určena průběhem vstupní log-ceny $v(t)$ a mohou se objevovat **finanční bubliny!**

Představme si situaci, kdy vstupní log-cena $v(t)$ roste,



Zelenou barvou je označena stoupající větev operátoru $w - \kappa F(w)$.

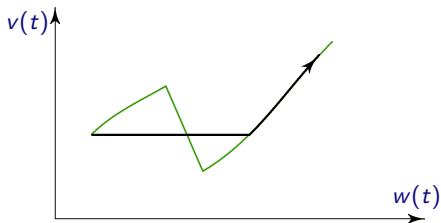
Jak vznikají singularity na trhu?

Sklon každé ze soustavy křivek $w - \kappa F(w)$ je $1 - \kappa\mu(r)$. Jestliže podmínka

$$\kappa\mu(r) < 1 \quad \text{pro všechna } r > 0$$

není splněna, není tržní log-cena $w(t)$ jednoznačně určena průběhem vstupní log-ceny $v(t)$ a mohou se objevovat **finanční bubliny!**

Představme si situaci, kdy vstupní log-cena $v(t)$ roste,



Zelenou barvou je označena stoupající větev operátoru $w - \kappa F(w)$.

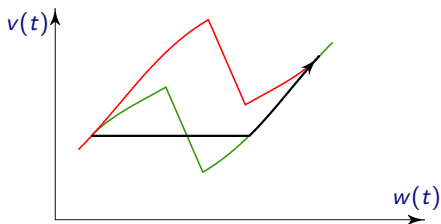
Jak vznikají singularity na trhu?

Sklon každé ze soustavy křivek $w - \kappa F(w)$ je $1 - \kappa\mu(r)$. Jestliže podmínka

$$\kappa\mu(r) < 1 \quad \text{pro všechna } r > 0$$

není splněna, není tržní log-cena $w(t)$ jednoznačně určena průběhem vstupní log-ceny $v(t)$ a mohou se objevovat **finanční bubliny!**

Představme si situaci, kdy vstupní log-cena $v(t)$ roste,



Zelenou barvou je označena stoupající větev operátoru $w - \kappa F(w)$.

Červenou barvou je označena klesající větev operátoru $w - \kappa F(w)$.

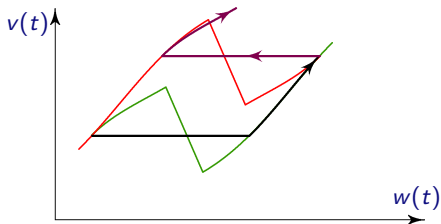
Jak vznikají singularity na trhu?

Sklon každé ze soustavy křivek $w - \kappa F(w)$ je $1 - \kappa\mu(r)$. Jestliže podmínka

$$\kappa\mu(r) < 1 \quad \text{pro všechna } r > 0$$

není splněna, není tržní log-cena $w(t)$ jednoznačně určena průběhem vstupní log-ceny $v(t)$ a mohou se objevovat **finanční bubliny!**

Představme si situaci, kdy vstupní log-cena $v(t)$ roste,



Zelenou barvou je označena stoupající větev operátoru $w - \kappa F(w)$.

Červenou barvou je označena klesající větev operátoru $w - \kappa F(w)$.

Zpětný skok = finanční bublina !

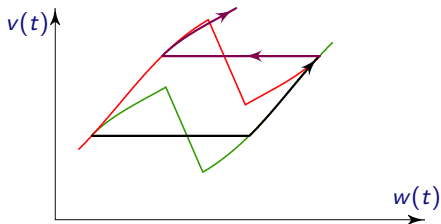
Jak vznikají singularity na trhu?

Sklon každé ze soustavy křivek $w - \kappa F(w)$ je $1 - \kappa\mu(r)$. Jestliže podmínka

$$\kappa\mu(r) < 1 \quad \text{pro všechna } r > 0$$

není splněna, není tržní log-cena $w(t)$ jednoznačně určena průběhem vstupní log-ceny $v(t)$ a mohou se objevovat **finanční bubliny!**

Představme si situaci, kdy vstupní log-cena $v(t)$ roste,



Zelenou barvou je označena stoupající větev operátoru $w - \kappa F(w)$.

Červenou barvou je označena klesající větev operátoru $w - \kappa F(w)$.

Zpětný skok = finanční bublina !

Důsledek. Finanční bubliny mohou vznikat tehdy, když malá skupina silných obchodníků dominantně ovlivňuje náladu na trhu.

Závěry

Závěry

- Vývoj na finančních trzích popisujeme pomocí Prandtlových a Prandtlových-Išlinského mechanických modelů paměti;

Závěry

- Vývoj na finančních trzích popisujeme pomocí Prandtlových a Prandtlových-Išlinského mechanických modelů paměti;
- Podobně lze modelovat situace, kdy nálada na trhu není jednotná; různí obchodníci mohou mít různé nálady. To vede na složitější soustavy rovnic s nespojitými Prandtlovými-Išlinského operátory;

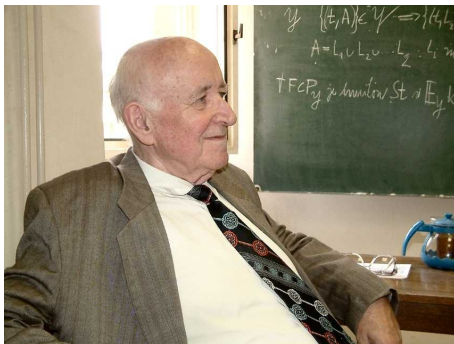
Závěry

- Vývoj na finančních trzích popisujeme pomocí Prandtlových a Prandtlových-Išlinského mechanických modelů paměti;
- Podobně lze modelovat situace, kdy nálada na trhu není jednotná; různí obchodníci mohou mít různé nálady. To vede na složitější soustavy rovnic s nespojitými Prandtlovými-Išlinského operátory;
- Také rozhodování centrálních bank o úpravě úrokové míry na základě informací o vývoji HDP a inflace se dají popsat Prandtlovým-Išlinského počtem. Lze přitom odvodit podmínky pro polohu a případně stabilitu rovnovážných stavů;

Závěry

- Vývoj na finančních trzích popisujeme pomocí Prandtlových a Prandtlových-Išlinského mechanických modelů paměti;
- Podobně lze modelovat situace, kdy nálada na trhu není jednotná; různí obchodníci mohou mít různé nálady. To vede na složitější soustavy rovnic s nespojitými Prandtlovými-Išlinského operátory;
- Také rozhodování centrálních bank o úpravě úrokové míry na základě informací o vývoji HDP a inflace se dají popsat Prandtlovým-Išlinského počtem. Lze přitom odvodit podmínky pro polohu a případně stabilitu rovnovážných stavů;
- Jedním z hlavních matematických nástrojů na zkoumání nespojitých procesů s pamětí je **Kurzweilův integrál**.

Jaroslav Kurzweil



7. 5. 1926 Praha –

Poučení pro investory

Poučení pro investory

Př 23, 4

Neštví se za bohatstvím, z vlastního rozumu toho zanech.

Poučení pro investory

Př 23, 4

Neštví se za bohatstvím, z vlastního rozumu toho zanech.

Mt 19, 23-24

Ježíš řekl svým učedníkům: „Amen, pravím vám, že bohatý těžko vejde do království nebeského. Znovu vám říkám, snáze projde velbloud uchem jehly než bohatý do Božího království.“

Poučení pro investory

Př 23, 4

Neštví se za bohatstvím, z vlastního rozumu toho zanech.

Mt 19, 23-24

Ježíš řekl svým učedníkům: „Amen, pravím vám, že bohatý těžko vejde do království nebeského. Znovu vám říkám, snáze projde velbloud uchem jehly než bohatý do Božího království.“

Dhammapada, 15/200

velmi šťastně žijeme
my, kdo nic nemáme,
budeme se živit radostným nadšením
jako Zářící bohové